УДК 539.1
DOI: 10.62717/2221-4550-2025-1-015

Верес О.О.
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
E-mail: veres_o@365.dnu.edu.ua

Скалозуб В.В.
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
ORCID 0000-0001-6877-908X
E-mail: skalozubvv@gmail.com

РУХ ХВИЛЬОВИХ ПАКЕТІВ ЕЛЕКТРОНІВ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Анотація. Користуючись методом перевалу, отримано амплітуду хвильових пакетів електронів, що пройшли крізь резонансну квантову систему з одним рівнем. Проаналізовано чисельні параметри задачі. Проведено оцінку часу затримки.

Ключові слова: хвильовий пакет, ферміон, магнітне поле, ефект Хартмана, квантова система.

O. Veres
Oles Honchar Dnipro National University
veres_o@365.dnu.edu.ua

V. Skalozub
Oles Honchar Dnipro National University
ORCID 0000-0001-6877-908X
skalozubvv@gmail.com

PROPAGATION OF ELECTRON WAVE PACKETS IN MAGNETIC FIELD

Abstract. The amplitude of wave packets of electrons passing through a resonant quantum system with a single level was obtained using a saddle point asymptotic method. The numerical parameters of the problem are analyzed. The delay time was estimated.

Keywords: wave packet, fermion, magnetic field, Hartman effect, quantum system.

Рух частинок крізь квантові системи є класичною задачею квантової механіки, яка має як теоретичний, так і практичний інтерес. Ця задача охоплює низку фундаментальних властивостей квантової механіки. З практичної точки зору, це задача проходження різного типу сигналів у електронних пристроях. Відомо, що рух заряджених частинок вздовж магнітного поля є вільним, а рівні енергії — дискретними, що мають назву рівнів Ландау.

При розгляді частинки як хвильового пакета, замість пласкої хвилі, виникає ефект Хартмана [1], який полягає у тому, що частинка може мати швидкість більшу, ніж швидкість світла, при проходженні квантової системи [2]. В роботі [3] були отримані аналітичні розв'язки для задачі проходження Гаусівського пакету крізь резонансну квантову систему. Завдяки цьому ми маємо можливість отримувати аналітичні розв'язки руху різних частинок у резонансних квантових системах, при тому що будемо їх описувати Гаусівськими пакетами. Однак задача повинна бути (квазі)-одновимірною.

Наприклад, рух зарядженої частинки у постійному магнітному полі. У цьому випадку рух вздовж поля є вільним. Спектр енергії для електрона відомий і визначається формулою

$$(p_0)^2 = m^2 + p_3^2 + (2n+1)eH \pm \mu eH,$$

де $n = 0,1,2, \ldots$, p_3 це імпульс вздовж поля, $H = H_3, \mu = \pm 1$. Можемо побудувати Гаусівський пакет з пласкої хвилі $e^{ip_3 z}$, що входить в хвильову функцію електрона $\psi(x_0, x, y, z) = C(H)e^{ip_3 z}$, де $C(H)$ містить інформацію про хвильову функцію. Така інтерпретація підходить як до релятивістської теорії, так і до нерелятивістської.

Для того щоб описати проходження частинки крізь квантову систему, маємо отримати матрицю розсіяння

$$S(p) = \sum_{i=1}^{N} S_0^i \frac{i\Gamma_i}{p - p_i + i\Gamma_i} + S_b^2,$$

де S_0^i та S_b — деякі числа, що описують резонансні рівні та фон квантової системи, Γ_i відповідає ширині резонансного рівня. Для отримання цих параметрів необхідно розв'язати рівняння Ліппманна-Швінгера. Для обрахунку аплітуди частинки, що пройшла крізь квантову систему використовується метод перевалу.

Список використаних джерел

1. T.E. Hartman, J. App. Phys. 33, 3427 (1962)
2. H.G. Winful, Phys. Rev. Lett. 91 Numb. 26, 260401 (2003)
3. U. Wulf, V. Skalozub and A. Zakharov, Phys. Rev. B 77, 045318 (2008)